Astro Tipps Aktuell
01 / 04.12.2020
Die Andromedagalaxie (M31)

Zusammenfassung:

Die Andromedagalaxie (auch Andromedanebel genannt und unter der Bezeichnung M31 bekannt) ist gegenwärtig sehr gut am Abendhimmel Richtung Zenit sogar mit dem bloßen Auge zu beobachten – wenn man weiß, wo man hinschauen muss. Wir geben Hinweise, wie man die Galaxie leicht finden kann. Man hat herausgefunden, dass M31 sich auf uns zu bewegt. Die Galaxie wird in einigen Milliarden Jahren mit unserer Galaxis „kollidieren“und zu einer großen elliptischen Galaxie verschmelzen. Die gestellte Aufgabe befasst sich damit, wie lange es noch dauert, bis das passiert. Beim genauen Nachrechnen finden wir sogar heraus, wieviel Dunkle Materie sich in beiden Galaxien befindet.

Erläuterung:

Die Galaxie M31 (M steht für Messier, ein französischer Astronom des 18. Jahrhunderts, der solche „Nebel“in einem Katalog erfasst hat) ist unser großer Nachbar im All, wenn es um Galaxien geht. Sie befindet sich im Sternbild Andromeda, weswegen sie auch Andromedagalaxie oder Andromedanebel genannt wird. Sie ist etwa 2,5 Millionen Lichtjahre von uns entfernt.

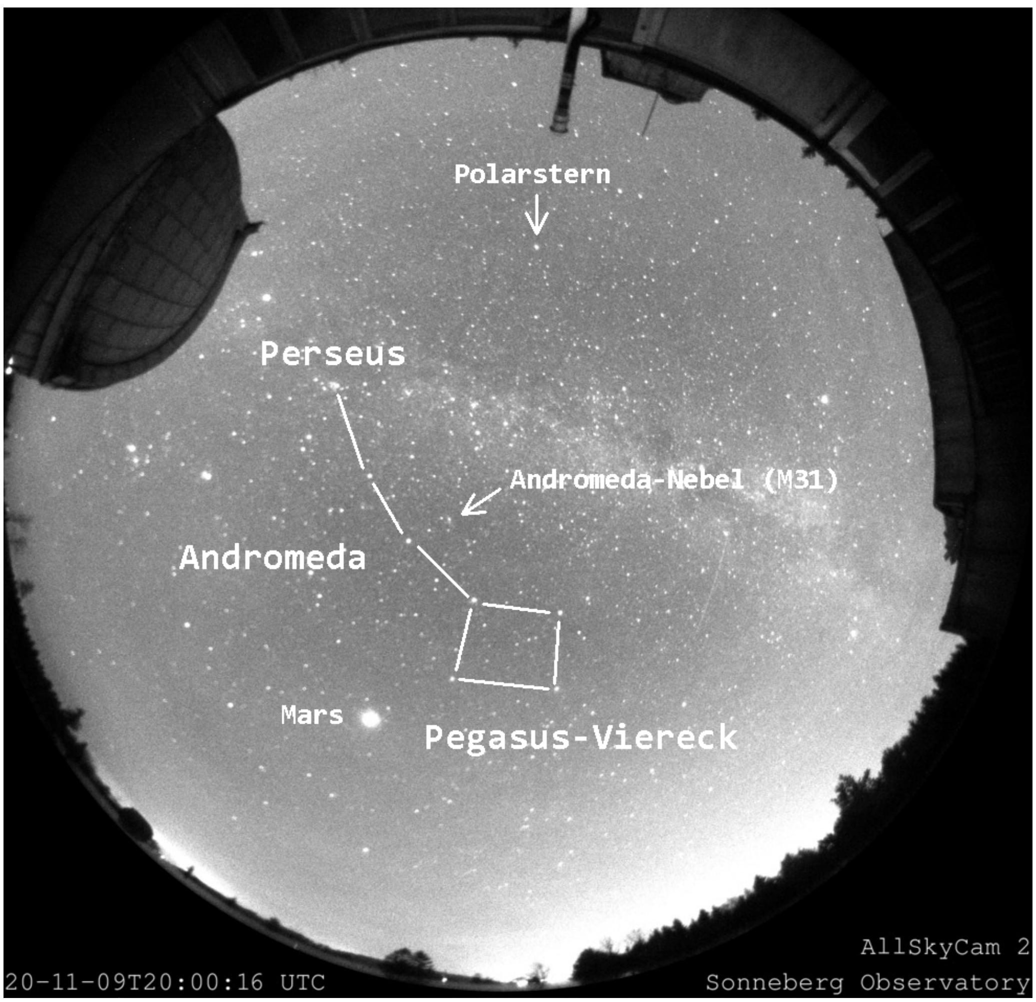
Bild der Andromedagalaxie M31. Aufnahme vom Bjørn Hansen.

Wo findet man M31?

Das nachfolgende Bild zeigt den gesamten Sternhimmel, der gegenwärtig (Anfang Dezember 2020) nach dem Dunkelwerden über uns in Mitteleuropa sichtbar wird. Momentan dominiert als helles Objekt der Mars den Abendhimmel.

Fast genau über uns (also nahezu im Zenit) ist eine großes Viereck – beinahe ein Rechteck –, gebildet aus Sternen des Sternbilds Pegasus sichtbar. Dieses Viereck ist deutlich größer als der Kasten des Großen Wagens und daher leicht zu finden.

Ausgehend von diesem Pegasus-Viereck verlängern wir die beiden oberen Sterne Richtig Osten (nach links) und gelangen zu einem weiteren, fast genauso hellen Stern, der vom linken Viereck-Stern fast genauso weit entfernt ist, wie der rechte Viereck-Stern. Die Verlängerung ist nicht genau auf der Linie der beiden Viereck-Sterne, eher leicht nach oben gebogen. Diese Kette von drei Sternen verlängert wir – weiter den Bogen schlagend – , bis wir zum nächsten Stern, fast gleich, fast gleich Entfernung, kommen. Und dann verlängern wir das noch einmal bis zu einem fünften Stern. Wir merken uns diese auffällige 5-er-Kette von relativ hellen Sternen.



Aufsuchkarte für den Andromedanebel M31, ausgehend vom Pegasus-Viereck.
(Aufnahme: Allsky-Kamera-2 der Sternwarte Sonneberg.)

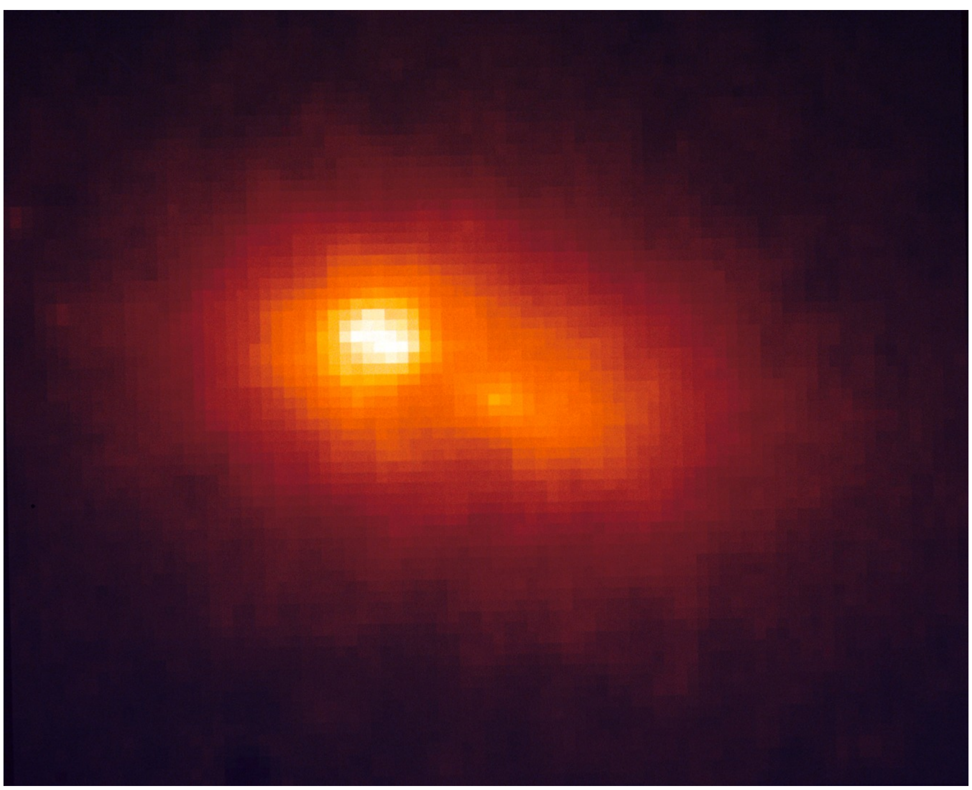
Wir wählen nun den Stern in der Mitte, also den dritten Stern, egal von welcher Seite aus wir zählen. Von diesem dritten Sternaus gehen wir senkrecht nach oben und entdecken gar nicht weit einen noch deutliche sichtbaren, aber schwächeren Stern. Dieses Stückchen Entfernung setzen wir auf den schwächeren Stern noch einmal oben drauf und sind damit schon an der richtigen Stelle (siehe Bild)

Wenn der Himmel dunkel genug ist (abseits heller Stadtlichter, kein Mond am Himmel), dann entdeckt man dort ein schwach leuchtendes Nebelfleckchen: der Andromedanebel! Mit einem Fernglas sieht das schon imposanter aus, mit einem Fernrohr noch besser. Man sollte aber nicht enttäuscht sein, wenn das Bild am Fernrohr nicht so aussieht wie das obige Foto. Fotografieren von Galaxien sind eben langbelichtete Aufnahmen mit großen Fernrohren. Da kann unser Auge nicht mithalten und wird ausgetrickst.

Weitere Fakten zu M31

Wie auch unsere Milchstraße, so ist M31 ebenfalls eine Spiralgalaxie, in deren Zentrum ein Schwarzes Loch sitzt. Die Andromedagalaxie ist etwas größer und massereicher als unsere Milchstraße, und auch das in ihrem Zentrum vermutete Schwarze Loch ist größer als das unserer Galaxis.

Die nachfolgende Aufnahme zeigt die Gegend um das Zentrum. Auffällig sind zwei helle Konzentrationspunkte, so dass man zuerst annahm, dass sich zwei Schwarze Löcher im Zentrum vom M31 aufhalten und einander umkreisen. Jedoch weiß ist inzwischen bekannt, dass der hellere Fleck ein Sternhaufen ist, während der schwächere Fleck anscheinend die Gegend um das Schwarze Loch darstellt.



Das Zentrum der Andromedagalaxie mit doppeltem Kern.
(Aufnahme mit dem Hubble Space Telescope.)

Aus spektroskopischen Messungen ist bekannt, dass die gesamte Andromedagalaxie eine Bewegung auf uns zu ausführt. Berücksichtigt man, dass sich die Sonne (und wir auf der Erde mit ihr) ebenfalls im Raum bewegt, dann kann berechnet werden, dass M31 scih mit etwa 110 km/s unserer Galaxis nähert. Nicht genau bekannt ist bisher die Seitwärtsbewegung von M31, aber sie ist offenbar gering. Das bedeutet, dass sich Andromedanebel und Galaxis irgendwann durchdringen und zu einer elliptischen Galaxie verschmelzen werden.

Denksportaufgabe:

A) Wir wissen, dass die Andromedagalaxie 2,54 Mio. Lichtjahre von uns entfernt ist und sie sich uns mit 110 km/s nähert. Wie lange dauert es, bis beide Galaxien verschmelzen? Dabei nehmen wir an, dass die Geschwindigkeit konstant bleibt.

B) Die Annahme konstanter Geschwindigkeit ist natürlich falsch, denn die Anziehungskraft zwischen beiden Galaxien ist abhängig vom Abstand. Da dieser sinkt, wird die Kraft stärker und dadurch steigt auch die Geschwindigkeit. Wie lange dauert es bis zur Kollision, wenn man diesen Effekt berücksichtigt?

Für Puristen:

Die angegebenen Größen sind natürlich nur Näherungswerte. Diese Astro-Tipps sollen ja Zusammenhänge vermitteln und dabei nur grobe Abschätzungen bemühen. Wer es genauer wissen will, sollte zu entsprechenden Büchern greifen oder im Internet recherchieren.

Kontakt:

Fragen oder Hinweise können gerichtet werden an ata@astronomiemuseum.de.

Lösungen:

Aufgabe A)

Wir stellen die bekannten Größen zusammen:
Entfernung zwischen Galaxis und M31: $R = 2,54 * 10^6$ lj (lj = Lichtjahr)
Geschwindigkeit: $v = 110$ km/s $= 1,1 * 10^5$ m/s
Lichtjahr: $1\text{lj} = 9,46 * 10^{15}$ m
Jahreslänge: $1\text{J} = 3,16 * 10^7$ s

Die Zeit T bis zur Kollision ergibt sich aus der Formel der (konstanten) Geschwindigkeit: $v = R/T$, also $T = R/v$.

Setzen wir alle bekannten Größen ein, so ergibt sich

$$\begin{aligned} T &= \frac{2,54 * 10^6 \text{ lj} * 9,46 * 10^{15} \text{ m/lj}}{1,1 * 10^5 \text{ m/s}} \\ &= 2,18 * 10^{17} \text{ s} \\ &= \frac{2,18 * 10^{17} \text{ s}}{3,16 * 10^7 \text{ s/j}} \\ T &= 6,9 * 10^9 \text{ j.} \end{aligned}$$

Die Zeit bis zur Kollision beträgt bei konstanter Geschwindigkeit etwa 6,9 Milliarden Jahre.

Aufgabe B)

Um diese Aufgabe lösen zu können, müssen wir etwas weiter ausholen und den Energiesatz bemühen (siehe z.B. den Beitrag bei „Urknall, Weltall und das Leben“vom 3.11.2020 mit Matthias Bartelmann zum Thema „Energieerhaltung im Universum“).

So gilt beispielsweise für eine kleine Masse m, die z.B. die Erde (Masse M) umkreist oder sich in deren Nähe bewegt, dass die Summe von kinetischer Energie E_{kin} und potentieller Energie E_{pot} konstant ist:

$$E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} = E = \text{const}$$

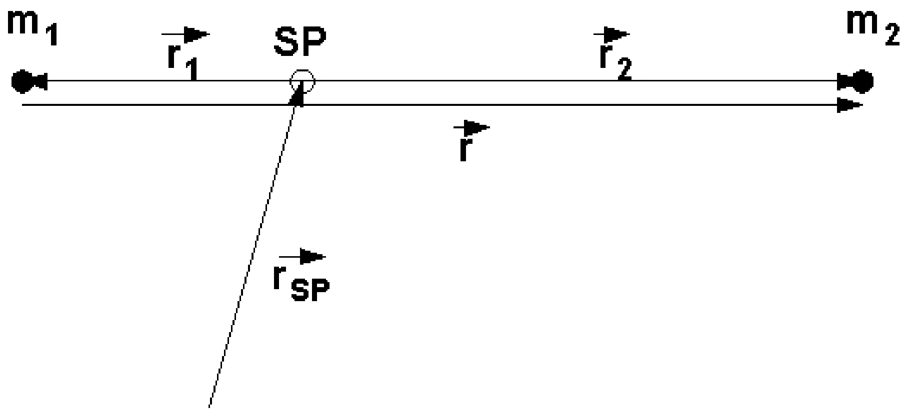
Wenn beide Körper(mittelpunkte) den Abstand r von einander haben und sich m mit der Geschwindigkeit v bewegt, dann gilt

$$\frac{m}{2}v^2 - \frac{GMm}{r} = E$$

entsprechend der kinetischen Energie $E_{\text{kin}} = \frac{m}{2}v^2$ und der potientiellen Energie $E_{\text{pot}} = -\frac{GMm}{r}$.
G ist die Newtonsche Gravitationskonstante mit $G = 6,67 * 10^{-11}$ N m^2 / kg^2.

Doch welche Masse muss man dem Andromedanebel und welche der Galaxie zuordnen?

Eine exakte Rechnung erhält man, indem das Schwerpunktsystem betrachtet wird:



Man kann nun die Massen beliebig wählen, also z.B. m_1 als Masse unserer Galaxis und m_2 als Masse von M31.

Für die Position (den Positionsvektor $\vec{r}_{\mathrm{SP}}$) des Schwerpunkts des Systems beider Massen gilt

$$\vec{r}_{\mathrm{SP}} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2},$$

wobei $\vec{r}_1$ der Ortsvektor von m_1 und $\vec{r}_2$ der von m_2 ist (siehe Skizze).

Wir setzen nun den Schwerpunkt des Systems in den Koordinatenursprung, also $\vec{r}_{\mathrm{SP}} = 0$. Daraus folgt

$$m_1\vec{r}_1 = -m_2\vec{r}_2 \tag{1}$$

Verwenden wir nun für den Abstand zwischen m_1 und m_2 den Vektor $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$. Damit bekommen wir aus (1):

$$\begin{aligned} m_1\vec{r}_1 &= -m_2(\vec{r} + \vec{r}_1) = -m_2\vec{r} - m_2\vec{r}_1 \\ (m_1 + m_2)\vec{r}_1 &= -m_2\vec{r} \\ \vec{r}_1 &= -\frac{m_2}{m_1 + m_2}\vec{r} = -\frac{\mu}{m_1}\vec{r} \end{aligned} \tag{2}$$

sowie

$$\begin{aligned} m_1(\vec{r}_2 - \vec{r} &= -m_2\vec{r}_2 \\ m_1\vec{r}_2 - m_1\vec{r} &= -m_2\vec{r}_2 \\ (m_1 + m_2)\vec{r}_2 &= m_1\vec{r}_1 \\ \vec{r}_2 &= \frac{m_1}{m_1 + m_2} = \frac{\mu}{m_2}\vec{r}. \end{aligned} \tag{3}$$

Dabei haben wir die sogenannte *r*eduzierte Masse und die Gesamtmasse $M = m_1 + m_2$ benutzt:

$$\mu := \frac{m_1 * m_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 * m_2}{M}$$

Für die potentielle Energie bekommen wir damit

$$\begin{aligned} E_{\text{pot}} &= -G\frac{m_1 m_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|} \\ &= -G\frac{\mu(m_1 + m_2)}{r} \\ E_{\text{pot}} &= -\frac{G\mu M}{r}. \end{aligned} \tag{4}$$

Hierbei wurde für den Betrag des Abstands (und Länge des Vektors $\vec{r}$) der Ausdruck $r = |\vec{r}|$ verwendet.

Die kinetische Energie E_{kin} berechnet sich aus den Anteilen der Geschwindigkeiten $\vec{v}_1$ und $\vec{v}_2$ beider Massen:

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}m_1|\vec{v}_1|^2 + \frac{1}{2}m_2|\vec{v}_2|^2. \tag{5}$$

Da die Geschwindigkeit $\vec{v}$ die erste zeitliche Ableitung des Ortes (des Ortsvektors $\vec{r}$) ist, können wir schreiben:

$$\vec{v} = \frac{d}{dt}\vec{r} = \dot{\vec{r}}, \quad \vec{v}_1 = \dot{\vec{r}}_1, \quad \vec{v}_2 = \dot{\vec{r}}_2$$

Für den Betrag der Geschwindigkeit gilt dann $|\dot{\vec{r}}| = |\vec{v}| = v$.

Mit Verwendung der Formeln (2) und (3) bekommen können wir Gleichung (6) umformen:

$$\begin{aligned} E_{\text{kin}} &= \frac{1}{2}m_1|-\frac{\mu}{m_1}\dot{\vec{r}}|^2 + \frac{1}{2}m_2|\frac{\mu}{m_2}\dot{\vec{r}}|^2 \\ &= \frac{1}{2}\frac{\mu^2}{m_1}v^2 + \frac{1}{2}\frac{\mu^2}{m_2}v^2 \\ &= \frac{1}{2}v^2\mu^2\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right) \\ &= \frac{1}{2}v^2\mu^2\frac{m_2 + m_1}{m_1 * m_2} \\ E_{\text{kin}} &= \frac{1}{2}\mu v^2 \end{aligned} \tag{6}$$

Für die Gesamtenergie gilt dann also

$$E = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} = \frac{1}{2}\mu v^2 - \frac{G\mu M}{r} = \text{const.} \tag{7}$$

Man kann sich nun überlegen, dass bei extrem großer Entfernung ($r \to \infty$) die Geschwindigkeit v gegen Null geht ($v \to 0$). Damit ist die Gesamtenergie Null, das System ist gerade noch gebunden.

Mit dieser Überlegung können wir Gleichung (7) umstellen:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2}\mu v^2 &= \frac{G\mu M}{r} \\
v^2 &= \frac{2GM}{r} && (8) \\
v &= \pm\sqrt{\frac{2GM}{r}} \\
\frac{dr}{dt} &= \pm\sqrt{\frac{2GM}{r}} \\
dt &= \pm\sqrt{\frac{r}{2GM}}dr && (9)
\end{aligned}$$

Durch Integration der letzten Gleichung bekommen wir (es ist nur das positive Vorzeichen sinnvoll):

$$\begin{aligned}
\int_0^{T_b} dt &= \frac{1}{\sqrt{2GM}}\int_0^R r^{1/2}dr \\
T_b &= \frac{1}{\sqrt{2GM}}\frac{2}{3}R^{3/2}. && (10)
\end{aligned}$$

T_b sei dabei die gesuchte Fallzeit unter Berücksichtigung der Beschleunigung.

Die Frage ist nun, wie groß genau der Ausdruck $\frac{1}{\sqrt{2GM}}$ ist. So genau ist ja die Gesamtmasse von M31 und unserer Galaxis nicht bekannt.

Wir können dazu aber Gleichung (8) benutzen: $v^2 = \frac{2GM}{r}$. Diese Gleichung gilt ja für jeden beliebigen Moment, also auch jetzt. Und den momentanen Zustand kennen wir: r ist die gegenwärtige Entfernung R und v die Geschwindigkeit aus Aufgabe A). Somit erhalten wir $2GM = R * v^2$. Dies können wir in Gleichung (10) einsetzen und erhalten:

$$\begin{aligned}
T_b &= \frac{1}{\sqrt{2GM}}\frac{2}{3}R * \sqrt{R} \\
&= \frac{1}{v * \sqrt{R}}\frac{2}{3}R * \sqrt{R} \\
&= \frac{2}{3}\frac{R}{v} = \frac{2}{3}T && (11)
\end{aligned}$$

Unser Ergebnis lautet also: Die Fallzeit (Zeit bis zur Kollision) unter Berücksichtigung der durch die steigende Anziehungskraft immer größer werdenden Geschwindigkeit beträgt 2/3 der Zeit, die sich bei konstanter Geschwindigkeit ergeben würde.

In Zahlen ausgedrückt erhalten wir

$$T_b = \frac{2}{3}T = \frac{2}{3} * 6,9 * 10^9 j = 4,6 * 10^9 j. \quad (12)$$

Die Zeit bis zur Kollision beträgt also nur etwa 4,6 Milliarden Jahre.

Z U S A T Z :

Interessanterweise kann man aus Gleichung (8) die Gesamtmasse von Milchstraße und Andromedagalaxie berechnen, wir brauchen die Gleichung nur nach M umzustellen:

$$M = \frac{v^2 r}{2G}. \quad (13)$$

Setzen wir die bekannten Größen $v = 110$ km/s, $r = 2,5 * 10^6$ lj und $G = 6,67 * 10^{-11}$ N m^2 / kg^2 ein, so bekommen wir

$$M = \frac{1,21 * 10^{10}\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2 * 2,5 * 10^6 \mathrm{lj} * 9,46 * 10^{15}\mathrm{m/lj}}{2 * 6,67 * 10^{-11}\mathrm{m}^3/(\mathrm{s}^2\mathrm{kg})} = 2,15 * 10^{42}\mathrm{kg} \approx 1,1 * 10^{12} M_\odot.$$

Es stecken also etwas mehr als eine Billion Sonnenmassen in beiden Galaxien (eine Sonnenmasse ist $1M_\odot = 1,99 * 10^{30}$ kg). Diese Gesamtmasse ist verantwortlich für die gegenseitige Anziehung. Die Frage ist nun, wodurch diese Masse realisiert wird? Sterne, Planeten, Gas- und Staubnebel, ja sogar die Schwarzen Löcher in den Zentren tragen dazu bei. Doch reicht das aus?

Nun kommt eine schwierige Abschätzung: Wie groß ist die Zahl der Sterne in M31 und unserer Milchstraße und wie groß ist die Masse eines Sterns im Mittel? Ein moderner, allerdings wirklich unsicherer Wert liegt bei $2 \ldots 4 * 10^{11}$ M$_\odot$ für die Masse aller Sterne in M31 und der Milchstraße.

Der „Rest“kann unmöglich durch Gase, Staub, Planeten und die Schwarzen Löcher aufgebracht werden. Diesen „Rest“nennen wir **Dunkle Materie** - sie wirkt offenkundig gravitativ, aber sie ist nicht sichtbar, und wir haben keine Ahnung, was wirklich dahintersteckt!

Danksagung:

Der Autor dankt dem Team des youtube-Kanals „Urknall, Weltall und das Leben“ für die großzügige Unterstützung der Öffentlichkeitsarbeit des Astronomiemuseums der Sternwarte Sonneberg.

Ebenfalls gilt der Dank Denise Böhm-Schweizer und Thomas Müller für die Pflege und unermüdliche Aktualisierung der Astronomiemuseum-Homepage!
